UNIVERSITÄT PADERBORN
Die Universität der Informationsgesellschaft

Virtuelles Eingangstutorium
studiVEMINT
Mathematik
Informatik
Naturwissenschaften
Technik

studiVEMINT-Kurs Mathematik

© studiVEMINT Team - Paderborn
FG Didaktik der Mathematik, Institut für Mathematik - Universität Paderborn

orca.nrw

studiVEMINT ist ein Teil des VEMINT Projektverbundes und damit ein Projekt des khdm.

Virtuelles Eingangstutorium
VEMINT
Mathematik
Informatik
Naturwissenschaften
Technik

khdm
kompetenzzentrum
hochschuldidaktik
mathematik

Anwendung

Aufgabe 15:
a) Eine Bank bietet ihren Kunden auf dem Sparbuch $0,25\%$ jährliche Zinsen an. Wieviel Zinsen erhält ein Anleger nach einem Jahr, wenn er 1200EUR anlegt? Antwort: ?
b) Wieviel muss ein Kunde anlegen, um nach einem Jahr 105EUR Zinsen zu erhalten, wenn der Zinssatz bei $0,25\%$ bleibt? Antwort: ?
c) Eine Kundin einer anderen Bank erhält nach einem Jahr 204,03EUR Zinsen bei einer Anlagensumme von 3400,50EUR von ihrer Bank. Wie hoch ist der jährliche Zinssatz in Prozent? Antwort: ?

Lösung:

a)

$$\begin{aligned} 0,25\% \cdot 1200\text{EUR} &= 0,25 \cdot \frac{1}{100} \cdot 1200\text{EUR} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1200}{100}\text{EUR} \\ &= \frac{300}{100}\text{EUR} \\ &= \frac{3}{1}\text{EUR} \\ &= 3\text{EUR} \end{aligned}$$

Bei einer Anlage von 1200EUR erhalten Kunden der Bank 3EUR Zinsen im Jahr bei einem jährlichen Zinssatz von $0,25\%$.

b)

$$\begin{aligned} 105\text{EUR} : 0,25\% &= 105 \cdot \frac{10000}{25}\text{EUR} \\ &= 105 \cdot 400\text{EUR} \\ &= 42\ 000\text{EUR} \end{aligned}$$

Bei einer Anlage von 42 000EUR erhalten Kunden der Bank 105EUR Zinsen im Jahr bei einem jährlichen Zinssatz von $0,25\%$.

c)

$$\begin{aligned} & (204,03\text{EUR} : 3400,50\text{EUR}) \cdot 100\% \\ = & \left(\frac{20403}{100} : \frac{34005}{10}\right) \cdot 100\% \\ = & \left(\frac{20403}{100} \cdot \frac{10}{34005}\right) \cdot 100\% \\ = & \ 6\% \end{aligned}$$

Bei einer Anlage von 3400,50EUR und einem jährlichen Zinswert von 204,03EUR erhält die Kundin jährlichen Zinssatz von 6%.

Aufgabe 16:
Von einem monatlichen Gehalt von 2340EUR müssen Beiträge zur Sozialversicherung (Rentenversicherung, Krankenversicherung, Arbeitslosenversicherung und Pflegeversicherung) bezahlt werden. Dabei lagen die Prozentsätze der Beiträge im Jahr 2015 bei:
Rentenversicherung: $18,7\%$
Krankenversicherung: $14,6\%$
Arbeitslosenversicherung: $3,0\%$
Pflegeversicherung: $2,35\%$ (für Kinderlose: $2,6\%$)

Wieviele Beiträge führen Kinderlose ab? ?
Wieviele Beiträge führen Eltern insgesamt ab? ?

Lösung:

Für Kinderlose gilt:

$$\begin{aligned}
& 18,7\% \cdot 2340\text{EUR} + 14,6\% \cdot 2340\text{EUR} \\
& \quad +3,0\% \cdot 2340\text{EUR} + 2,6\% \cdot 2340\text{EUR} \\
= \; & 18,7 \cdot \frac{1}{100} \cdot 2340\text{EUR} + 14,6 \cdot \frac{1}{100} \cdot 2340\text{EUR} \\
& \quad +3,0 \cdot \frac{1}{100} \cdot 2340\text{EUR} + 2,6 \cdot \frac{1}{100} \cdot 2340\text{EUR} \\
= \; & \frac{187}{10} \cdot \frac{1}{100} \cdot 2340\text{EUR} + \frac{146}{10} \cdot \frac{1}{100} \cdot 2340\text{EUR} \\
& \quad +\frac{3}{1} \cdot \frac{1}{100} \cdot 2340\text{EUR} + \frac{26}{10} \cdot \frac{1}{100} \cdot 2340\text{EUR} \\
= \; & 437,58\text{EUR} + 341,64\text{EUR} + 70,2\text{EUR} + 60,84\text{EUR} \\
= \; & 910,26\text{EUR}
\end{aligned}$$

Alternative Rechnung für Kinderlose:

$$\begin{aligned}
& 18,7\% \cdot 2340\text{EUR} + 14,6\% \cdot 2340\text{EUR} \\
& \quad +3,0\% \cdot 2340\text{EUR} + 2,6\% \cdot 2340\text{EUR} \\
= \; & (18,7\% + 14,6\% + 3\% + 2,6\%) \cdot 2340\text{EUR} \\
= \; & 38,9\% \cdot 2340\text{EUR} \\
= \; & 910,26\text{EUR}
\end{aligned}$$

Aus der Rechnung ist ersichtlich, dass für Kinderlose $38,9\%$ an Abzügen fällig werden.

Für Eltern gilt:

$$\begin{aligned}
& 18,7\% \cdot 2340\text{EUR} + 14,6\% \cdot 2340\text{EUR} \\
& \quad +3,0\% \cdot 2340\text{EUR} + 2,35\% \cdot 2340\text{EUR} \\
= \; & 437,58\text{EUR} + 341,64\text{EUR} + 70,2\text{EUR} + 2,35 \cdot \frac{1}{100} \cdot 2340\text{EUR} \\
= \; & 849,42\text{EUR} + \frac{235}{100} \cdot \frac{1}{100} \cdot 2340\text{EUR} \\
= \; & 849,42\text{EUR} + 54,99\text{EUR} \\
= \; & 904,41\text{EUR}
\end{aligned}$$

Aufgabe 17:

Im Laden A wurde ein Laptop von 800EUR auf 740EUR reduziert. In einem Laden B kostet derselbe Laptop 900EUR abzüglich einem Rabatt von 18% angeboten.
In welchem Laden ist der Laptop am günstigsten? ☐ Laden A

☐ Laden B

Wie viel kostet der Laptop im Laden B? ?

Um wie viel Prozent wurde der Laptop im Laden A reduziert? ?

Lösung:

Laden B:

$$\begin{aligned} 900 - 900\text{EUR} \cdot 18\% &= 900 - 900\text{EUR} \cdot \frac{18}{100} \\ &= 900 - 9\text{EUR} \cdot 18 \\ &= 900 - 162\text{EUR} \\ &= 738\text{EUR} \end{aligned}$$

Im Laden B ist der Laptop um 2EUR günstiger als im Laden A.

Laden A:

$$\begin{aligned} \frac{800\text{EUR} - 740\text{EUR}}{800\text{EUR}} \cdot 100\% &= \frac{60}{800} \cdot 100\% \\ &= \frac{3}{40} \cdot 100\% \\ &= \frac{75}{1000} \cdot 100\% \\ &= 0,075 \cdot 100\% = 7,5\% \end{aligned}$$

Laden B bietet also einen Rabatt von $7,5\%$.

Aufgabe 18:

Auf einer Nebenkostenabrechnung wird der Preis meist erst ohne Mehrwertsteuer angeben. Die Mehrwertsteuer kann je nach Produkt endweder bei 7% oder 19% liegen. Auf die Grundsteuer wird keine Mehrwertsteuer erhoben.
Grundsteuer 95EUR
Strom 50EUR zzgl. 19%
Wasser 75EUR zzgl. 7%
Heizkosten 100EUR zzgl. 19%

Wie hoch ist die Nebenkostenabrechnung inklusive Mehrwertsteuer?
?

Lösung:

Für die Mehrwertsteuer gilt:

$$\begin{aligned} & 50\text{EUR} \cdot 19\% + 75\text{EUR} \cdot 7\% + 100\text{EUR} \cdot 19\% \\ = \; & (50+100)\text{EUR} \cdot 19\% + 75\text{EUR} \cdot 7\% \\ = \; & 150\text{EUR} \cdot \frac{19}{100} + 75\text{EUR} \cdot \frac{7}{100} \\ = \; & 28,5\text{EUR} + 5,25\text{EUR} \\ = \; & 33,75\text{EUR} \end{aligned}$$

Die Nebenkosten inklusive der Mehrwertsteuer ergeben:

$$95\text{EUR} + 50\text{EUR} + 75\text{EUR} + 100\text{EUR} + 33,75\text{EUR} = 353,75\text{EUR}$$

Aufgabe 19:

Mieter, die ihren Zweitwohnsitz in Dortmund gemeldet haben, zahlen für diesen eine Zweitwohnungssteuer. Diese betrug im Jahr 2015 zum Beispiel 12% der Nettokaltmiete. Berechnen Sie den Betrag der Steuer für eine 55 m^2-Wohnung mit einer Nettokaltmiete von 320EUR.
Antwort: ?
In Bielefeld lag die Zweitwohnungssteuer 2015 bei 11%. Berechnen Sie den Betrag der Steuer für eine 35 m^2-Wohnung mit einer Nettokaltmiete von 210EUR.
Antwort: ?

Lösung:

In Dortmund gilt:

$$\begin{aligned} 320\text{EUR} \cdot 12\% &= 320\text{EUR} \cdot \frac{12}{100} \\ &= 38,4\text{EUR} \end{aligned}$$

In Bielefeld gilt:

$$\begin{aligned} 210\text{EUR} \cdot 11\% &= 210\text{EUR} \cdot \frac{11}{100} \\ &= 23,1\text{EUR} \end{aligned}$$

Die Größe der jeweiligen Wohnung spielt hier keine Rolle.

Aufgabe 20:

Die Mehrwertsteuer ist in jedem Land unterschiedlich. Für Bücher galten 2015 laut europäischer Kommission die Mehrwertsteuersätze:
Deutschland 7%
Bulgarien 20%
Luxemburg 3%

Frankreich $5,5\%$
Dänemark 25%

Wie teuer ist ein Buch inklusive Mehrwertsteuer bei einem Grundpreis von 23EUR in den verschieden Ländern? Runden Sie auf zwei Nachkommastellen.

Deutschland ?
Bulgarien ?
Luxemburg ?
Frankreich ?
Dänemark ?

Lösung:

Für Deutschland gilt:

$$\begin{aligned} 23\text{EUR} + 23\text{EUR} \cdot 7\% &= 23\text{EUR} + 23\text{EUR} \cdot \frac{7}{100} \\ &= 23\text{EUR} + 1,61\text{EUR} \\ &= 24,61\text{EUR} \end{aligned}$$

Für Bulgarien gilt:

$$\begin{aligned} 23\text{EUR} + 23\text{EUR} \cdot 20\% &= 23\text{EUR} + 23\text{EUR} \cdot \frac{20}{100} \\ &= 23\text{EUR} + 4,60\text{EUR} \\ &= 27,60\text{EUR} \end{aligned}$$

Für Luxemburg gilt:

$$\begin{aligned} 23\text{EUR} + 23\text{EUR} \cdot 3\% &= 23\text{EUR} + 23\text{EUR} \cdot \frac{3}{100} \\ &= 23\text{EUR} + 0,69\text{EUR} \\ &= 23,69\text{EUR} \end{aligned}$$

Für Frankreich gilt:

$$\begin{aligned} 23\text{EUR} + 23\text{EUR} \cdot 5,5\% &= 23\text{EUR} + 23\text{EUR} \cdot \frac{55}{1000} \\ &= 23\text{EUR} + 1,265\text{EUR} \\ &\approx 24,27\text{EUR} \end{aligned}$$

Für Dänemark gilt:

$$\begin{aligned} 23\text{EUR} + 23\text{EUR} \cdot 25\% &= 23\text{EUR} + 23\text{EUR} \cdot \frac{25}{100} \\ &= 23\text{EUR} + 5,75\text{EUR} \\ &= 28,75\text{EUR} \end{aligned}$$

Aufgabe 21:
In vielen Einkaufsläden kann mithilfe einer Kundenkarte ein wenig gespart werden. Diese versprechen beispielsweise 3% Sofort-Rabatt bei jedem Einkauf bundesweit und beim Online-Einkauf.
Wie viel wird gespart bei einem Kauf einer Schreibtischlampe im Wert von 19EUR?
Antwort: ?
Wie viel wird bei einem Kauf eines Fahrrads im Wert von 578EUR gespart?
Antwort: ?

Lösung:
Für eine Schreibtischlampe im Wert von 19EUR gilt:

$$\begin{aligned} 19\text{EUR} \cdot 3\% &= 19\text{EUR} \cdot \frac{3}{100} \\ &= 0,57\text{EUR} \end{aligned}$$

Für ein Fahrrad im Wert von 578EUR gilt:

$$\begin{aligned} 578\text{EUR} \cdot 3\% &= 578\text{EUR} \cdot \frac{3}{100} \\ &= 17,34\text{EUR} \end{aligned}$$

Aufgabe 22:
In den Benzinpreisen sind verschiedene Steuern enthalten - wie die Mehrwertsteuer (19%) und die Energiesteuer (49%). Die Mehrwertsteuer wird auf den Benzingrundpreis und der Energiesteuer berechnet.
Wie viel kostete 2015 ein Liter Benzin ohne Mehrwert- und Energiesteuer bei einem Benzinpreis von $1,329$EUR pro Liter?
Berechnen Sie den Grundpreis und runden Sie auf zwei Nachkommastellen:
?

Lösung:
Der Benzinpreis werde mit x bezeichnet, dann ist der Benzinpreis mit Energiesteuer $x \cdot 1,49$ und der Benzinpreis mit Energiesteuer und Mehrwertsteuer ist $(x \cdot 1,49) \cdot 1,19$

Ein Liter Benzin kostet laut Aufgabenstellung $1,329$EUR, also gilt $(x \cdot 1,49) \cdot 1,19 = 1,329$EUR

Wir stellen die Gleichung nach x um und berechnen: $x = \frac{1,329\text{EUR}}{1,49 \cdot 1,19} \approx 0,75\text{EUR}$.