

studiVEMINT-Kurs Mathematik

© studiVEMINT Team - Paderborn

FG Didaktik der Mathematik, Institut für Mathematik - Universität Paderborn

orca.nrw

studiVEMINT ist ein Teil des VEMINT Projektverbundes und damit ein Projekt des khdm.

Anwendung

Aufgabe 12:

Welcher der folgenden Zusammenhänge kann durch eine proportionale Funktion beschrieben werden?

- ☐ Strompreis und Stromverbrauch: Der Verbraucher bezahle einen vorher festgelegten Grundpreis und zusätzlich einen bestimmten Preis pro kWh Stromverbrauch.
- ☐ Gewicht und Preis für Fleischwurst: Der Kunde kann frei aussuchen, wie groß das Stück sein soll, das für ihn abgeschnitten wird. Bezahlt wird nach einem Kilogramm-Preis.

Lösung:

Strompreis und Stromverbrauch: Hier besteht kein proportionaler Zusammenhang, da der Kunde immer einen vorher festgelegten Grundpreis bezahlen muss. Es entsteht daher ein linearer Zusammenhang, der mit einer Zuordnungsvorschrift $f(x) = b + a \cdot x$ beschrieben werden kann, wobei b der Grundpreis ist und a den Preis pro kWh Stromverbrauch beschreibt. Proportionale Funktionen hingegen besitzen Zuordnungsvorschriften $f(x) = a \cdot x$ mit $a \in \mathbb{R}$ ohne den zusätzlichen additiven Term b .

Gewicht und Preis für Fleischwurst: Hier besteht ein proportionaler Zusammenhang, wenn es keinen Mengenrabatt gibt.

Aufgabe 13:

Der Body-Mass-Index b ist ein Maß dafür, ob ein Mensch normalgewichtig, über- oder untergewichtig ist. Er wird für erwachsene Menschen berechnet, indem man das Körpergewicht m (in kg) durch das Quadrat der Körpergröße (in Metern) dividiert. Die Körpergröße werde hier als l bezeichnet.

Wie lautet also die Formel, die den Zusammenhang von b , m und l beschreibt?

$b =$

Lösung:

Da man das Körpergewicht m (in kg) durch das Quadrat der Körpergröße l (in Metern), also durch l^2 , dividieren muss, um den Body-Mass-Index b zu erhalten, lautet die Formel

$$b = \frac{m}{l^2}$$

Betrachten wir nun verschiedene erwachsene Personen mit dem gleichen Gewicht $m = 80$ kg, aber verschiedener Größe l . Wie sieht die Kurve aus, an der man den Body-Mass-Index b dieser Personen (in Abhängigkeit von ihrer Größe l) ablesen kann? Zeichnen Sie die Kurve in einem geeigneten Ausschnitt.

Tipp (Aufklapptext)

Falls Ihnen die Verwendung verschiedener Buchstaben als Variablen noch Schwierigkeiten bereitet, können Sie statt der Variablen m hier auch direkt 80 kg einsetzen und die Variable l , die variiert wird, mit x bezeichnen. Sie erhalten also den Graph der Funktion $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ mit $f(x) = \frac{80}{x^2}$.

Lösung:

Da das Gewicht m konstant gehalten wird, hängt der Body-Mass-Index b nur noch von der Körpergröße l ab. Da l quadratisch vorkommt und im Nenner steht, erhält man eine Hyperbel. Da die Formel für den Body-Mass-Index nur für erwachsene Menschen gilt, macht nur ein Ausschnitt aus dieser Hyperbel Sinn, nämlich in etwa für Körpergrößen zwischen 1,50 m und 2,10 m:

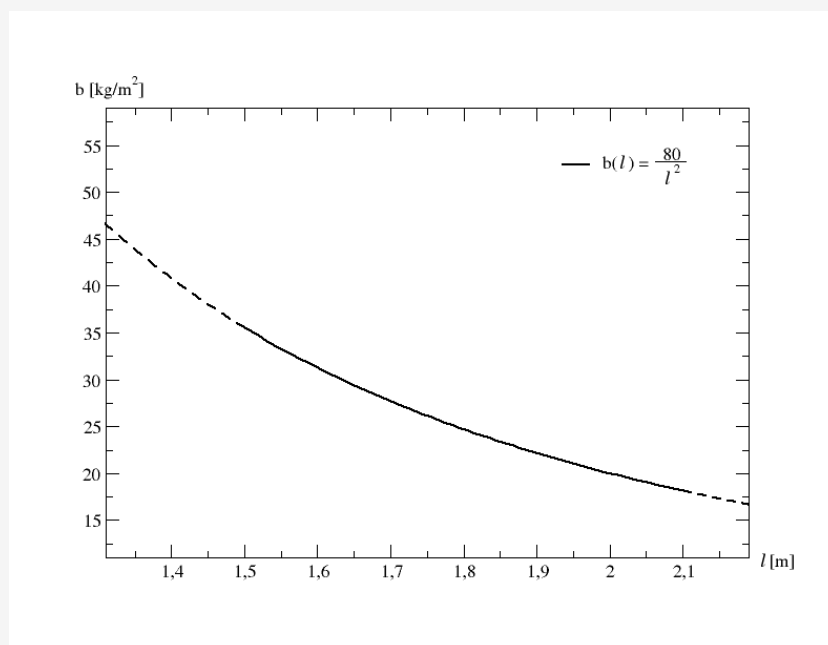


Bild 7

Aufgabe 14:

In der Physik betrachtet man unter anderem Pendelschwingungen. Eine kleine Kugel hänge dabei an einem Faden der Länge l und schwinde hin und her. Man kann herleiten, dass für die Periodendauer T , also die Zeit, die die Kugel für eine Periode (also für genau einmal hin- und zurückschwingen) braucht, die Formel

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

gilt, wobei $\pi \approx 3,14159$ die Kreiszahl ist und $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ die Erdbeschleunigung.

Man kann an dieser Formel ablesen, dass die Periodendauer T von der Länge l des Fadens abhängt:

Je länger der Faden ist, desto größer wird auch die Periodendauer. Der Zusammenhang ist allerdings nicht linear, da die Fadenlänge l unter einer Wurzel steht.

Welcher der folgenden Ausschnitte aus Graphen kann zu der angegebenen Formel gehören?

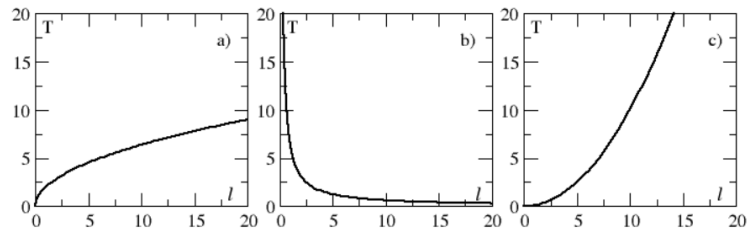


Bild 8

- ☐ Graph a)
- ☐ Graph b)
- ☐ Graph c)

Lösung:

Durch Vergleich mit den Graphen von Wurzelfunktionen und anderen Potenzfunktionen, die im Teil *Begründung und Erklärung* gezeigt werden, kann man erkennen, dass nur Graph a) zu einer Wurzelfunktion gehören kann.

Wie ändert sich die Periodendauer T , wenn man die Fadenlänge l vervierfacht?

- ☐ Sie verdoppelt sich.
- ☐ Sie vervierfacht sich.
- ☐ Sie nimmt um den Faktor $\sqrt{2}$ zu.
- ☐ Sie halbiert sich.

Lösung:

Die Periodendauer T hängt über die oben angegebene Formel $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ mit der Fadenlänge l zusammen.

Für eine bestimmte Fadenlänge l_1 ergibt sich also die Periodendauer

$$T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

Wenn die zweite Fadenlänge viermal so lang ist wie die erste, kann man dies in die Formel einsetzen und erhält:

$$T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot l_1}{g}}$$

Man kann den Faktor $\sqrt{4}$ vor den restlichen Ausdruck ziehen:

$$T_2 = \sqrt{4} \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2 \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2 \cdot T_1$$

Also verdoppelt sich die Periodenlänge bei Vervierfachung der Fadenlänge.