

studiVEMINT-Kurs Mathematik

© studiVEMINT Team - Paderborn

FG Didaktik der Mathematik, Institut für Mathematik - Universität Paderborn

orca.nrw

studiVEMINT ist ein Teil des VEMINT Projektverbundes und damit ein Projekt des khdm.

Ergänzungen

Missverständnisse bei Graphen von Exponentialfunktionen

Wir kennen den Funktionsgraphen als „das Bild“ einer Funktion. Dabei müssen wir beachten, dass wir immer nur einen Ausschnitt des Graphen sehen und niemals den ganzen Graphen. Denn ab irgendeiner Stelle müssen wir den üblichen Definitionsbereich $\mathbb{R}$ abschneiden, damit unser Bild nicht unendlich breit wird.

Wie wir jetzt sehen werden, kann uns der gezeigte Ausschnitt auch in die Irre führen und falsche Vorstellungen wecken.

Dazu betrachten wir eine Funktion, die Sie bereits in der Hinführung kennengelernt haben. Diese Funktion beschreibt die Bevölkerungszahl in Kassel, wobei wir folgende beiden Annahmen treffen:

- zu Beginn des Jahres 2000 leben 185 000 Menschen in Kassel,
- die Bevölkerung wächst jedes Jahr um 1,4%.

Unser Modell für die Bevölkerungszahl wird durch die Funktionsvorschrift $f(x) = 185\,000 \cdot 1,014^x$ beschrieben (wie in der Hinführung hergeleitet). Dabei bezeichnet x die Anzahl der Jahre seit 2000 und $f(x)$ die Bevölkerungszahl.

Der Graph der Funktion könnte wie im folgenden Bild aussehen:

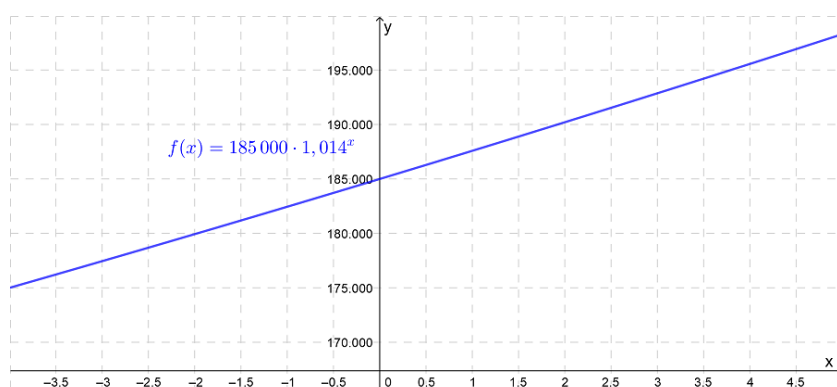


Bild 16 Mögliche Darstellung des Graphen zur Funktionsvorschrift $f(x) = 185\,000 \cdot 1,014^x$.

Dieser Graph ist wunderbar geeignet, um sich die Bevölkerungssituation in Kassel ein paar Jahre um 2000 herum genau anzuschauen, wie es in der Hinführung gemacht wird. Konkret sieht man das Bevölkerungswachstum in den Jahren 1996 ($x = -4$) bis 2005 ($x = 5$).

Der hier gewählte (ziemlich kleine) Ausschnitt hat einen großen Nachteil: Wenn wir nur den Graphen ohne die Funktionsvorschrift sehen, denken wir sofort, dass der Graph eine Gerade ist und es sich um eine lineare Funktion handelt. Diese Annahme, zu der uns der Graph verleitet, ist jedoch falsch - wir wissen schon, dass es eine Exponentialfunktion ist.

Ausblick (Aufklapptext)

Tatsächlich gibt es viele Funktionen, die beim Heranzoomen linear erscheinen. Dieser Effekt ist für die Ableitung wichtig. Daher können Sie mehr dazu im Kapitel *Ableitungsbegriff* in der Lerneinheit zur *Differentialrechnung* erfahren.

Uns fehlt in dem eben gezeigten Ausschnitt des Graphen also der charakteristische Verlauf der Exponentialfunktion, damit wir die Funktion nicht mit einer linearen Funktion verwechseln. Den exponentiellen Verlauf erhalten wir, indem wir aus dem Bild „herauszoomen“ und einen größeren Abschnitt betrachten. Das Ergebnis könnte zum Beispiel so aussehen:

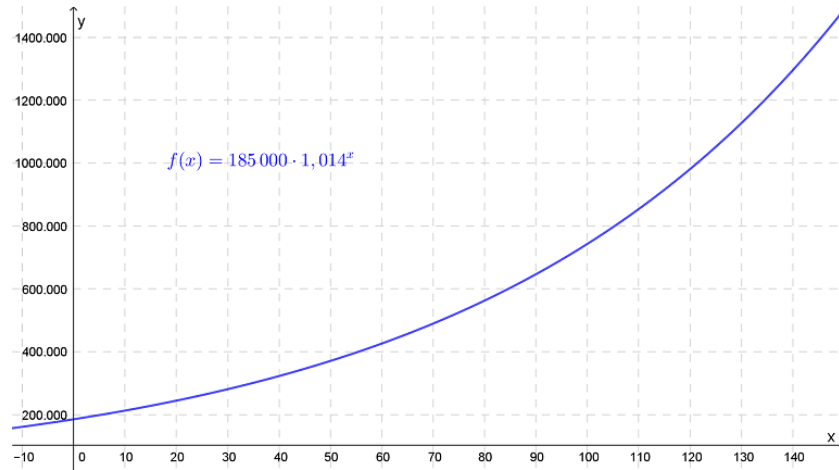
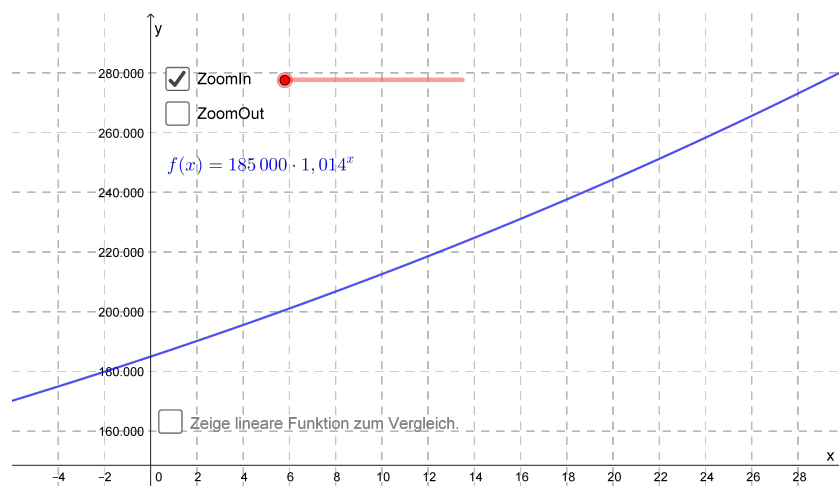


Bild 17 Eine weitere mögliche Darstellung des Graphen zur Funktionsvorschrift $f(x) = 185\,000 \cdot 1,014^x$.

Hier ist der exponentielle Verlauf gut erkennbar, aber wegen des sehr großen Ausschnitts ist es deutlich schwieriger, präzise Aussagen über die Bevölkerungszahl in den Jahren um 2000 zu treffen.

Wie man von dem Bild, das Sie in der Hinführung gesehen haben, zu den beiden verschiedenen Ausschnitten kommt, können Sie in dem folgenden Applet nachvollziehen. Wählen Sie aus, ob Sie Hereinzoomen (ZoomIn) oder Herauszoomen (ZoomOut) möchten und bewegen Sie den Schieberegler. Sie können sich den Graphen einer linearen Funktion zum Vergleich anzeigen lassen.



Interaktion 3 (nur in digitaler Version)

Verweis

Wenn Sie sich für Trugschlüsse bei den Graphen von Polynomfunktionen interessieren, schauen Sie doch einmal im Bereich *Ergänzungen* im Kapitel zu *Polynomfunktionen* vorbei.