

studiVEMINT-Kurs Mathematik

© studiVEMINT Team - Paderborn

FG Didaktik der Mathematik, Institut für Mathematik - Universität Paderborn

orca.nrw

studiVEMINT ist ein Teil des VEMINT Projektverbundes und damit ein Projekt des khdm.

Aufgaben

Aufgabe 3:

Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot \ln(2x)$ mit $a \in \mathbb{R}$. Welchen Wert muss a haben, damit die Funktion durch den Punkt $(\frac{e}{2}; 9)$ verläuft?

$a =$

Lösung:

Für $x = \frac{e}{2}$ soll gelten $f(x) = 9$ gelten. Nun kann man den gegebenen Punkt in die Funktionsvorschrift einsetzen und diese nach a auflösen:

$$\begin{aligned} f(x) &= a \cdot \ln(2x) && | \text{Punkt einsetzen} \\ 9 &= a \cdot \ln\left(2 \cdot \frac{e}{2}\right) \\ 9 &= a \cdot \ln(e) \\ 9 &= a \cdot 1 \\ 9 &= a \end{aligned}$$

Die Funktionsvorschrift muss also $f(x) = 9 \cdot \ln(2x)$ lauten, damit f durch den gewünschten Punkt verläuft.

Aufgabe 4:

Gegeben ist die Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot \ln(x + b)$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.

Welcher maximale Definitionsbereich D kann für diese Funktion angenommen werden?

- ☐ $D = \mathbb{R}$
- ☐ $D = \mathbb{R}^+$, mit $b \geq 0$.
- ☐ $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -b\}$

Lösung:

Da die Logarithmusfunktion nur für positive Argumente definiert ist, muss der Definitionsbereich so eingeschränkt sein, dass immer $(x + b) > 0$ gilt.

Den maximal möglichen Definitionsbereich erhält man, wenn man $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -b\}$ wählt, denn in diesem Fall darf x alle Werte annehmen, für die die Summe aus x und b größer als Null ist.

Welchen Wert müssen a und b besitzen, damit die oben angegebene Funktion f durch den Punkt $(-2; 0)$ verläuft?

Antwort für a :

- ☐ a kann man beliebig wählen, das hat keinen Einfluss auf den Verlauf durch den Punkt $(-2; 0)$.
- ☐ a muss den Wert $a = 1$ besitzen, damit f durch den Punkt $(-2; 0)$ verlaufen kann.
- ☐ a muss den Wert $a = -2$ besitzen, damit f durch den Punkt $(-2; 0)$ verlaufen kann.

Antwort für b :

$b =$

Lösung:

Für den Wert $x = -2$ soll $f(x) = 0$ gelten. Um die Parameter zu ermitteln kann man den Punkt $(-2; 0)$ in die Funktionsvorschrift einsetzen und auflösen:

$$\begin{array}{ll} f(x) = a \cdot \ln(x + b) & | \text{ Punkt einsetzen} \\ 0 = a \cdot \ln(-2 + b) & | : a, \quad (a \neq 0) \\ 0 = \ln(-2 + b) & | e^{\dots} \\ e^0 = -2 + b & | \text{ ausrechnen} \\ 1 = -2 + b & | + 2 \\ 3 = b & \end{array}$$

Aufgrund der Einschränkung $a \neq 0$ (siehe Aufgabenstellung) erhält man eine eindeutige Lösung $b = 3$ für den Parameter b . Für den Parameter a erhält man keine Aussage. Tatsächlich kann der Parameter a hier beliebig gewählt werden, da dies nur die Steigung der Funktion ändert, aber nicht ihren Schnittpunkt mit der x -Achse.

Die Funktionsvorschrift muss also $f(x) = a \cdot \ln(x + 3)$ mit $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ lauten, damit f durch den gewünschten Punkt verläuft.

Aufgabe 5:

Welcher der folgenden Graphen kann zu einer Logarithmusfunktion gehören?

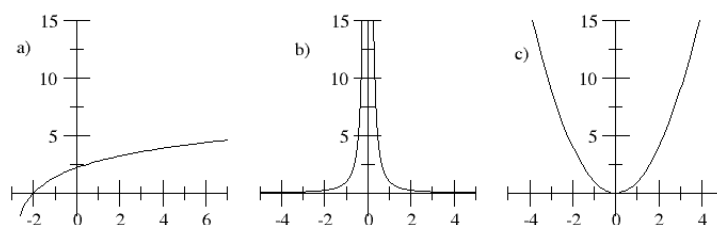


Bild 4

- ☐ Graph a)
- ☐ Graph b)
- ☐ Graph c)

Lösung:

Graph a) gehört zur Logarithmusfunktion $f : \{x \in \mathbb{R} \mid x > -3\} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = 2 \cdot \ln(x + 3)$.

Graph b) gehört zur Potenzfunktion $g : \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $g(x) = \frac{1}{x^2}$.

Graph c) gehört zur quadratischen Funktion $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $h(x) = x^2$.

Graph a) ist daher die einzige korrekte Lösung.

