

studiVEMINT-Kurs Mathematik

© studiVEMINT Team - Paderborn

FG Didaktik der Mathematik, Institut für Mathematik - Universität Paderborn

orca.nrw

studiVEMINT ist ein Teil des VEMINT Projektverbundes und damit ein Projekt des khdm.

Anwendung

Aufgabe 6:

Kondensatoraufladung

Ein Kondensator befindet sich in einem Stromkreis mit einer Spannungsquelle und einem Widerstand.

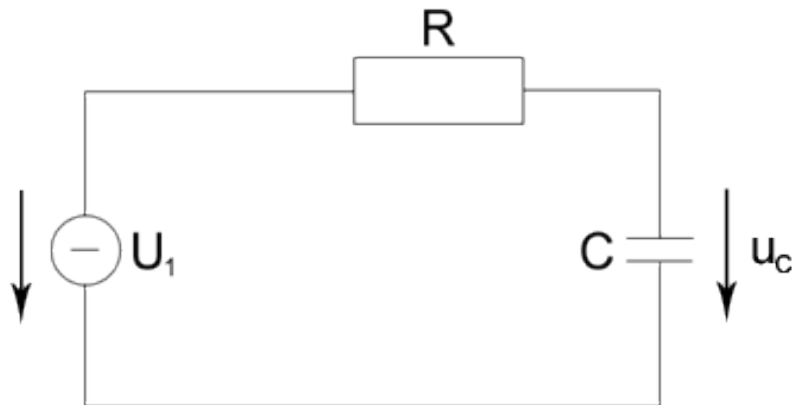


Bild 5 Kondensatoraufladung

Der Aufladungsvorgang für Zeitpunkte $t \geq 0$ wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$u_C : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad u_C(t) = U_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right),$$

wobei $u_C(t)$ die auf den Kondensator zu einem Zeitpunkt t „aufgeladene“ Spannung ist. U_1 bezeichnet die Spannung an der Gleichstromquelle, R den Widerstand der Stromleitung, über die der Kondensator aufgeladen wird, und C die Kapazität des Kondensators.

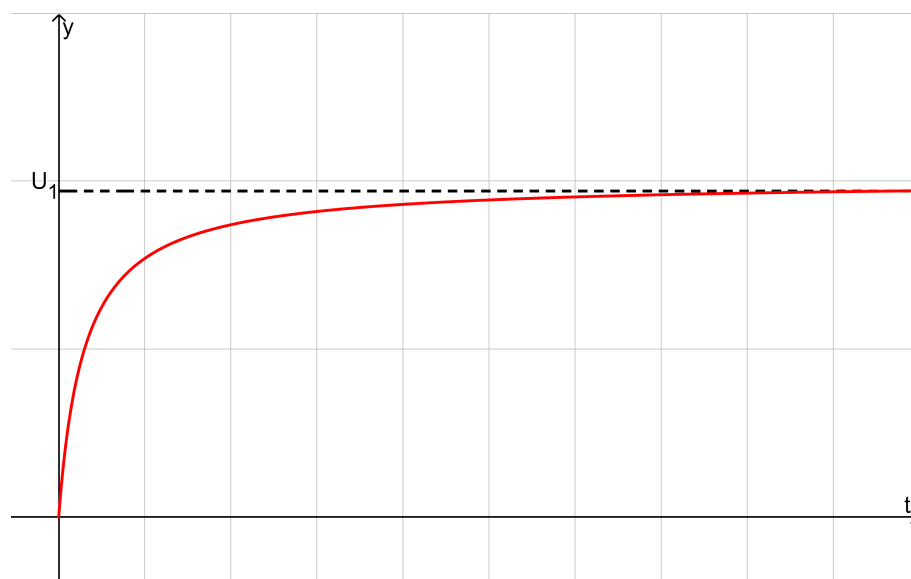


Bild 6 Die Funktion $u_C(t)$ mit $u_C = U_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$

Zu welcher Zeit t_1 betr"agt die Spannung am Kondensator $u_C = \frac{U_1}{2}$, wenn die Kapazit"at $C = 0,01$ und der Widerstand $R = 10$ betr"agt? (Alle Einheiten wurden hier der Einfachheit halber weggelassen.) Runden Sie das Ergebnis auf zwei Nachkommastellen.

$t_1 =$ Sekunden

L"osung:

Zum Zeitpunkt t_1 soll gelten: $u_C = \frac{U_1}{2}$. Eingesetzt in die Funktionsgleichung bedeutet dies:

$$\frac{U_1}{2} = U_1 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}} \right)$$

Dies l"ost man nach t_1 auf:

$$\begin{aligned} \frac{U_1}{2} &= U_1 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}} \right) && | : U_1 \\ \frac{1}{2} &= 1 - e^{-\frac{t_1}{RC}} && | -\frac{1}{2} + e^{-\frac{t_1}{RC}} \\ e^{-\frac{t_1}{RC}} &= 1 - \frac{1}{2} \\ e^{-\frac{t_1}{RC}} &= \frac{1}{2} && | \ln \\ -\frac{t_1}{RC} &= \ln\left(\frac{1}{2}\right) && | \text{Log-Gesetze} \\ -\frac{t_1}{RC} &= \ln(1) - \ln(2) \\ -\frac{t_1}{RC} &= 0 - \ln(2) && | \cdot (-1) \\ \frac{t_1}{RC} &= \ln(2) && | \cdot R \cdot C \\ t_1 &= R \cdot C \cdot \ln(2) \\ \Rightarrow t_1 &\approx 10 \cdot 0,01 \cdot 0,69315 \approx 0,07 \end{aligned}$$

Nach ca. 0,07 Sekunden ist der Kondensator zur H"alfte geladen.